



## ❖ Ερωτήσεις στις μηχανικές ταλαντώσεις

1. Δύο σώματα ίδιας μάζας εκτελούν Α.Α.Τ. Στο διάγραμμα του σχήματος παριστάνεται η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ .
- Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;**
- Οι δύο ταλαντώσεις έχουν ίδια τιμή ολικής ενέργειας αφού έχουν το ίδιο πλάτος.
  - Η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του σώματος (1) είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη τιμή για το σώμα (2).
  - Η περίοδος της κίνησης του σώματος (1) είναι μεγαλύτερη της περιόδου του σώματος (2).
  - Η μέγιστη τιμή της επιτάχυνσης του σώματος (1) είναι μικρότερη της αντίστοιχης τιμής του σώματος (2).
2. **Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, οι οποίες αναφέρονται σε μια απλή αρμονική ταλάντωση**
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι θετικός, όταν το σώμα κινείται προς τη θέση ισορροπίας του
  - Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση παίρνει τη μέγιστη θετική τιμή τη χρονική στιγμή  $5T/8$
  - Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση παίρνει τη μέγιστη θετική τιμή τη χρονική στιγμή  $T/8$
  - Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μηδενίζεται όταν το σώμα βρίσκεται σε μια ακραία θέση του.
3. Μια μάζα κρέμεται από ένα κατακόρυφο ελατήριο και μετατοπίζεται, κατά την κατακόρυφη προς τα κάτω, κατά μια απόσταση  $x$  από το σημείο ισορροπίας του. Αφού αφηθεί ελεύθερο, εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο  $T$ . Μετά από χρόνο  $5T/4$  η ταχύτητα της μάζας είναι:
- α) μέγιστη προς τα κάτω
  - β) σταθερή
  - γ) μέγιστη και κινείται προς τα πάνω
  - δ) μηδέν
4. Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m$  και  $2m$  αντίστοιχα είναι δεμένα στα άκρα ομοίων οριζόντιων ελατηρίων και ηρεμούν πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα σώματα διεγείρονται σε ταλάντωση προσφέροντας την ίδια ποσότητα ενέργειας  $E$  σε κάθε σύστημα. Τότε:
- α. Μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης έχει το σώμα με τη μικρότερη μάζα
  - β. Μεγαλύτερη περίοδο ταλάντωσης έχει το σώμα με τη μικρότερη μάζα
  - γ. Μεγαλύτερη μέγιστη ταχύτητα έχει το σώμα με τη μεγαλύτερη μάζα
  - δ. Και τα δύο σώματα έχουν την ίδια μέγιστη κινητική ενέργεια
5. Κάποιοι αστροναύτες, που βρίσκονται στο διάστημα (εκτός πεδίου βαρύτητας), πήραν ένα ελαφρό ελατήριο γνωστής σταθεράς  $k$ . Στο ένα άκρο του στερεώσανε ένα σώμα, ενώ το άλλο το δέσανε σε σταθερό σημείο. Στη συνέχεια θέσανε το σύστημα σε απλή αρμονική ταλάντωση. Μετρώντας την περίοδο της ταλάντωσης οι αστροναύτες μπορούν να υπολογίσουν:
- α) την ώρα της ημέρας που γίνεται το πείραμα
  - β) την επιτάχυνση της βαρύτητας στη θέση που γίνεται το πείραμα
  - γ) τη μάζα του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο
  - δ) το βάρος του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο



6. Δύο σώματα ίδιας μάζας ισορροπούν κρεμασμένα από δύο διαφορετικά ιδανικά ελατήρια προκαλώντας διαφορετικές αρχικές παραμορφώσεις. Τα δύο σώματα εκτρέπονται κατά 10cm το καθένα και αφήνονται την ίδια χρονική στιγμή ελεύθερα. **Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;**
- Πρώτα περνά από τη θέση ισορροπίας το σώμα που προκαλούσε τη μεγαλύτερη αρχική παραμόρφωση
  - Μεγαλύτερη μέγιστη ταχύτητα αποκτά το σώμα που προκαλούσε τη μικρότερη αρχική παραμόρφωση
  - Μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης αποκτά το σώμα που προκαλεί τη μεγαλύτερη αρχική παραμόρφωση.
  - Οι δύο ταλαντώσεις έχουν την ίδια ολική ενέργεια
7. Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά  $k$ . Στο πάνω άκρο του ελατηρίου ισορροπεί δίσκος μάζας  $M$ . Ακουμπάμε και αφήνουμε απότομα στο δίσκο σώμα μάζας  $m$ , οπότε το σύστημα 'ελατήριο-σώματα' εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στις παρακάτω προτάσεις επιλέξτε την σωστή απάντηση.

(I) Το πλάτος της ταλάντωσης είναι :

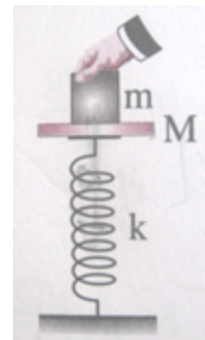
A.  $\frac{M+m}{k}g$       B.  $\frac{mg}{k}$       Γ.  $\frac{Mg}{k}$       Δ.  $\frac{M-m}{k}g$

(II) Η σταθερά επαναφοράς του δίσκου είναι

A.  $\frac{M+m}{k}g$       B.  $\frac{m}{M+m}k$       Γ.  $\frac{M}{M+m}$       Δ.  $k$

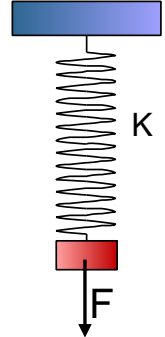
(III) Η σταθερά επαναφοράς του σώματος μάζας  $m$  είναι :

A.  $\frac{M+m}{k}g$       B.  $\frac{m}{M+m}k$       Γ.  $\frac{M}{M+m}$       Δ.  $k$



## ❖ Ασκήσεις στις μηχανικές ταλαντώσεις

1. Ένα σώμα μάζας  $m = 0,5 \text{ kg}$  ισορροπεί εξαρτημένο από το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με σταθερά  $k = 50 \text{ N/m}$ . Εκτρέπουμε το σώμα τραβώντας το με το χέρι μας προς τα κάτω κατά  $0,2 \text{ m}$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρώντας ως θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά



- Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκούσε το χέρι μας στο σώμα λίγο πριν το αφήσουμε ελεύθερο;
- Να δώσετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος και της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο σώμα.
- Για την μετακίνηση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του έως τη θέση που το αφήσαμε ελεύθερο να υπολογιστούν
  - Το έργο της δύναμης του χεριού μας
  - Το έργο του βάρους του σώματος
  - Το έργο της δύναμης του ελατηρίου

Δίνεται :  $g = 10 \text{ m/s}^2$

2. Ένα μικρό σώμα μάζας  $m=0,4\text{Kg}$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο του οριζόντιου ελατηρίου  $K=40\text{N/m}$  που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο και ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Διηγείουμε το σύστημα ώστε να εκτελέσει αρμονική ταλάντωση με τους παρακάτω τρόπους.

- Εκτρέπουμε το σώμα κατά  $20\text{cm}$  τεντώνοντας το ελατήριο και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.
- Εκτοξεύουμε από την αρχική του θέση το σώμα με ταχύτητα  $4\text{m/s}$  κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου.
- Εκτρέπουμε το σώμα ξοδεύοντας ενέργεια  $0,2\text{J}$ .
- Εκτρέπουμε το σώμα κατά  $20\text{cm}$  τεντώνοντας το ελατήριο και στη συνέχεια το εκτοξεύουμε από τη θέση αυτή με ταχύτητα  $u=\sqrt{5} \text{ m/s}$  κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης σε κάθε περίπτωση.

3. Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  ισορροπεί εξαρτημένο από το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με σταθερά  $k = 200 \text{ N/m}$ . Εκτρέπουμε το σώμα προς τα κάτω κατά  $0,1 \text{ m}$  ασκώντας με το χέρι μας σταθερή δύναμη μέτρου  $F=20\text{N}$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η δύναμη  $F$  παύει να ασκείται. Θεωρώντας ως θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά

- Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης  $F$ .
  - Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα
- Δίνεται :  $g = 10 \text{ m/s}^2$

4. Μικρό σώμα μάζας  $m$  είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K$  το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Αρχικά το σώμα ισορροπεί ακίνητο και το ελατήριο ασκεί στο σώμα δύναμη  $F_{ελ}=10 \text{ N}$ . Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω κατά  $y_1$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  το εκτοξεύουμε με ταχύτητα  $u=2\text{m/s}$  προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν μεταξύ τους  $d=0,4 \text{ m}$ . Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να διανύσει την απόσταση  $d$  ισούται με  $\Delta t=0,05\pi \text{ sec}$ .

- Να υπολογίσετε την ενέργεια που ξοδέψαμε για την εκτροπή και την εκτόξευση του σώματος.
- Να βρείτε το πηλίκο της μέγιστης δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου προς τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

- γ) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα πάνω.  
 δ) Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος ισούται με το 1/3 της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

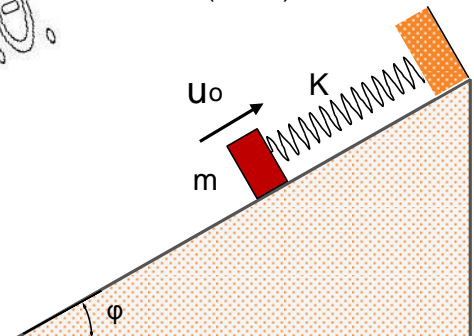
**5.** Σώμα μάζας  $m$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 10^3 \text{ N/m}$  το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό κατακόρυφο τοίχο. Το σύστημα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διάρκεια της οποίας το σώμα διέρχεται 200 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 10\pi \text{ s}$ . Γνωρίζουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια της δυναμικής του ενέργειας και επίσης ότι για  $t = 0$  είναι  $x > 0$  και  $v < 0$ . Με δεδομένο ότι αν το πλάτος της ταλάντωσης ήταν διπλάσιο τότε η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος θα ήταν μεγαλύτερη κατά  $60 \text{ J}$ , να υπολογίσετε :

- α) Την αρχική φάση της ταλάντωσης  
 β) Τη μάζα  $m$  του σώματος  
 γ) Το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου τη στιγμή  $t = 0$   
 δ) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που περνά από τη θέση στην οποία η επιτάχυνση του είναι  $a = -40 \text{ m/s}^2$ .

ε) Το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = \frac{11\pi}{240} \text{ s}$

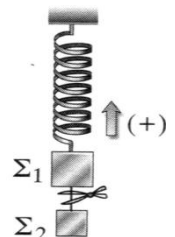
**6.** Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς  $K$  και ηρεμεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi$  ( $\eta\mu\varphi = 0,8$ ). Στο σώμα δίνεται ταχύτητα  $u$  με φορά προς τη θέση τον φυσικού μήκους. Το σώμα αρχίζει να ταλαντώνεται ( $t = 0$ ) και αποκτά το μέγιστο μέτρο της επιτάχυνσης ύστερα από χρόνο  $\pi/20 \text{ sec}$  και στη θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

- α) Να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς.  
 β) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα που δίνουμε στο σώμα  
 γ) Όταν το ελατήριο έχει επιμήκυνση  $3\text{cm}$  να βρεθεί η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης  
 δ) Όταν η ταχύτητα έχει μέτρο ίσο με το μισό της μέγιστης τιμής να βρείτε την παραμόρφωση του ελατηρίου ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )



**7.** Έστω ότι το σύστημα του σχήματος ισορροπεί. Οι μάζες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι ίσες με  $m_1 = m_2 = 10\text{kg}$  και η σταθερά του ελατηρίου είναι  $k = 10\pi^2 \text{ N/m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβουμε το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα.

- α) να αποδείξετε ότι το σώμα  $\Sigma_1$ , θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση  
 β) να υπολογίσετε τη μέγιστη κινητική ενέργεια του ταλαντούμενου σώματος  
 γ) θεωρώντας θετική τη φορά προς τα πάνω να γράψετε τις συναρτήσεις  $x = f(t)$ ,  $K = f(x)$ , και να τις παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες  
 δ) πόσες φορές το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του στα πρώτα 10s από την έναρξη της ταλάντωσης;  
 Δίνεται :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\pi^2 = 10$





**8.** Στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m_1 = 1,44 \text{ kg}$ , ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο. Πάνω στο σώμα κάθετα ένα πουλί μάζας  $m_2$  και το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος είναι  $0,4\pi \text{ m/s}$  και η δυναμική του ενέργεια μηδενίζεται κάθε  $0,5 \text{ s}$ . Όταν το σύστημα διέρχεται από την ακραία θέση ταλάντωσης, το πουλί πετά κατακόρυφα και το νέο σύστημα ταλαντώνεται με κυκλική συχνότητα  $2,5\pi \text{ rad/s}$ . Να βρείτε:

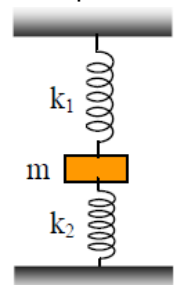
- A. Την περίοδο και το πλάτος της αρχικής ταλάντωσης.
- B. Τη σταθερά του ελατηρίου.
- Γ. Τη μέγιστη ταχύτητα της νέας ταλάντωσης.
- Δ. Τη μάζα του πουλιού.

**9.** Σώμα μάζας  $m=4\text{kg}$  ισορροπεί συνδεδεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι σταθερές των ελατηρίων είναι  $k_1=100\text{N/m}$  και  $k_2=200\text{N/m}$ . Στη θέση ισορροπίας τα δύο ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του άξονα των ελατηρίων κατά  $d=0,5\text{m}$  και το αφήνουμε να κινηθεί.

Να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει Α.Α.Τ. και να υπολογίσετε την περίοδο ταλάντωσης.

Πόση ενέργεια προσφέραμε στο σώμα για την παραπάνω εκτροπή;

ii) Μόλις μηδενισθεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος το πάνω ελατήριο λύνεται με αποτέλεσμα το σώμα να ταλαντώνεται στο άκρο μόνο του κάτω ελατηρίου. Να υπολογισθεί η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.  $g=10\text{m/s}^2$



**11.** Στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k=200\text{N/m}$  ηρεμούν δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $1\text{kg}$  και  $4\text{kg}$  αντίστοιχα, όπως στο διπλανό σχήμα. Το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα έχει μήκος  $20\text{cm}$ . Τραβάμε το σώμα  $\Sigma_2$  κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $d=20\text{cm}$  και για  $t=0$  το αφήνουμε, οπότε το σύστημα εκτελεί Α.Α.Τ.

- i) Να βρεθεί το πλάτος και η περίοδος ταλάντωσης.
- ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος που ασκείται στο σώμα  $\Sigma_2$ , σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του συστήματος.
- iii) Τη χρονική στιγμή  $t_1=1,5\text{s}$  το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα κόβεται. Να βρεθεί η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή  $t_2=2\text{s}$ . Δίνονται  $g=10\text{m/s}^2$  και  $\pi^2 \approx 10$ .

